


The background features a complex network of glowing blue lines and dots, resembling a neural network or a data visualization. The lines are thin and curved, with small orange dots at various points along them. The overall color palette is dark blue with bright blue and orange highlights.

Vi fortsetter å bygge tenkende klasserom

Matematikknettverk Grenland+ Trinn 1-7
Aud Helene Kjæret, USN

A vintage convertible car is driving on a long, straight road that stretches into the distance. The car is seen from the back seat, showing two people with white hair. The road is flanked by green fields and hills under a bright, sunny sky. The sun is low on the horizon, creating a lens flare effect. A white circular callout box is overlaid on the left side of the image, containing text in Danish.

Hvor mange
biler er det i
en 3 km
lang kø?

Plan for dagen

9:00 – 9:15 Oppvarming

9:15 – 9:45 Erfaringsdeling - Hva fant dere ut?

10:00 – 11:30 Dypdykk i verktøykasse 3:
Forankring av læring i et tenkende klasserom

11:30 – 12:30 Lunsj

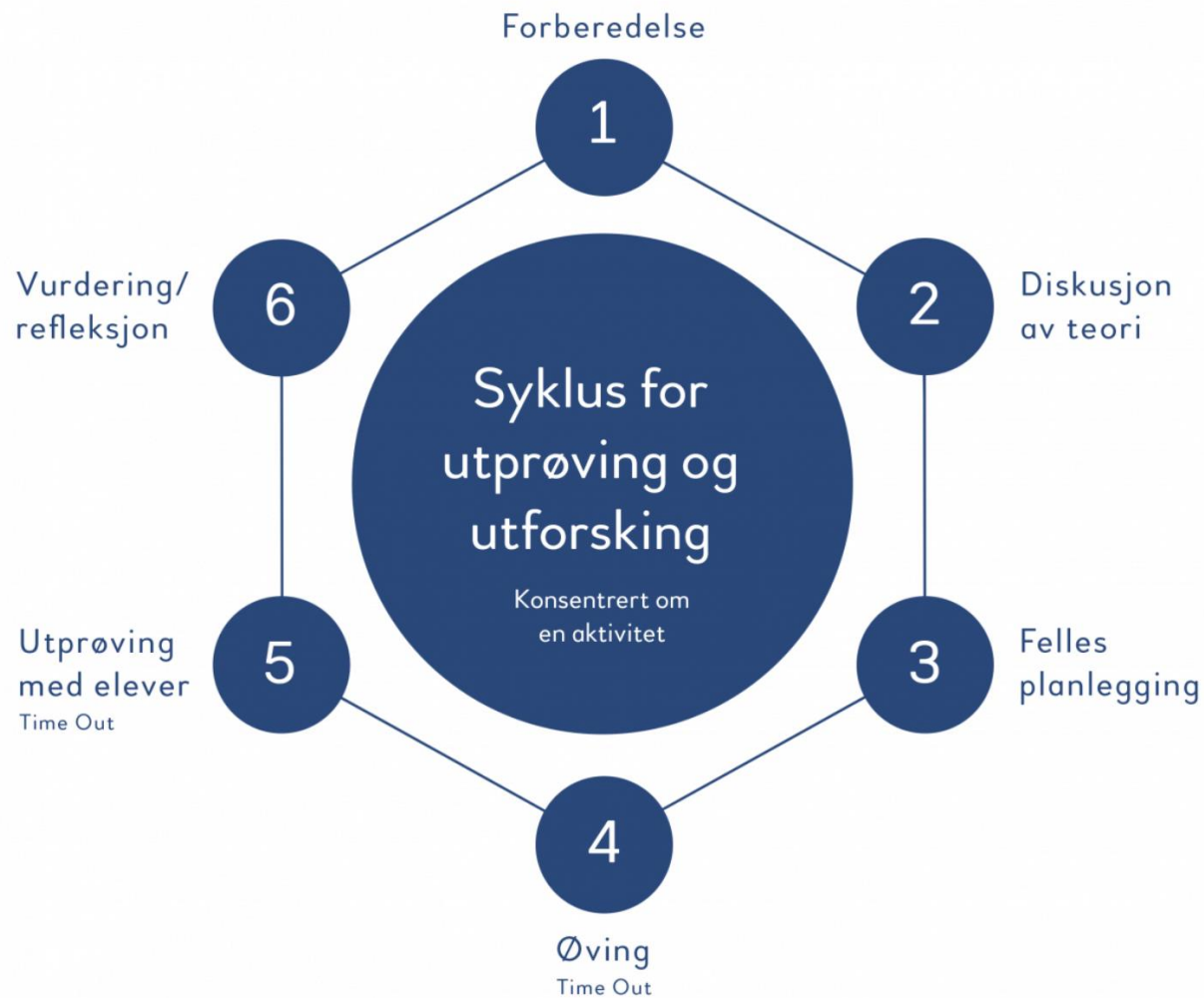
12:30 – 13:30 KE Modellering

13:45 – 14:30 Grupper på trinn: Lag et Fermi
problem tilpasset klasses trinnet.

14:30 – 15:00 Evaluering av nettverket

Vurdering og refleksjon

- a) Noa - B
<https://mattelist.no/171#ressurs>
- b) Marihøner i hagen – B
<https://www.mattelist.no/676>
- c) Strandhytter – MU
<https://mattelist.no/572#ressurs>
- d) Sjokolade – MU
<https://mattelist.no/587#ressurs>
- e) Hvor stor er rammen? – U
<https://mattelist.no/522#ressurs>



Undervisningsnotat:

Prosessmål: Forklare tydelig, lytte til hverandre, stille spørsmål

Faglig mål:

Aktivitet:

Oppstart:	<p><u>Samtaletrekk:</u></p> <p><i>Hvilke samtaletrekk vil dere bruke? Når og hvorfor?</i></p> <p>Vente (tenke): Gi elevene tid til å tenke.</p> <p>Gjenta (og presisere): Du sier <u>at...</u>. Mener du <u>at...</u>.</p> <p>Resonnere: Er du enig eller uenig? Hvorfor?</p> <p>Repetere (og reformulere): «Kan du si hva han sa med dine egne ord?» Vil du spørre «Nora» hva hun mente?</p> <p>Tilføye: Har du noe å føye til?</p> <p>Snu og snakk: Rask prat med sidemannen.</p> <p>Endre: Det er lov å ombestemme seg.</p>
Hvordan tror dere elevene vil tenke og begrunne?	
Hvordan vil dere forsøke å rette elevene mot hverandre?	

<p>Oppsummering ved elevtavlene.</p> <p>Hvordan vil dere velge ut tavler til oppsummeringen? Hva skal vektlegges i oppsummeringen? Se tilbake på fagmålene og prosessmålene for økta. Spør elevene (Metakognisjon).</p>
<p>Skal elevene lage egne notater? Hvis ja, hvordan?</p>

Dine mål?

Refleksjon

- Hvordan startet du timen?
- Hvilke samtaletrekk brukte du? Når og hvorfor?
- Hvordan rettet dere elevene mot hverandre?
- Hvordan foregikk oppsummeringen?
- Skrev elevene egne notater?

Historiebevissthet /s. 44

Bedre »» Skole

Nr. 1
2024 Tidsskrift for lærere og skoleledere

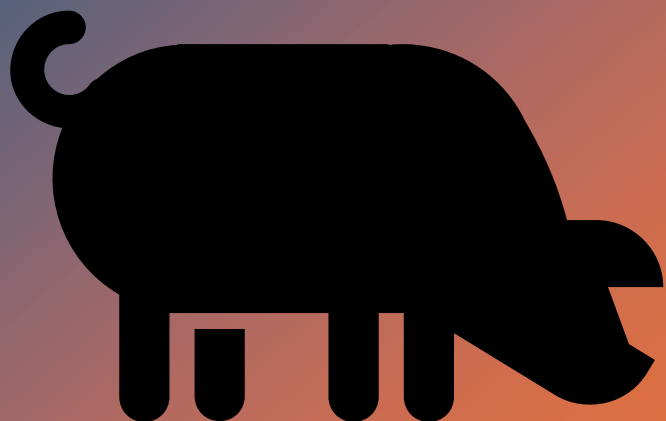
**Skriving som
lesestart /s. 28**

Tenkende klasserom /s. 9



https://eblad.utdanningsnytt.no/Bedre-skole_1_2024/





Bonden Jens

En bonde har noen høns og griser. En dag legger han merke til at dyrene hans til sammen har 22 bein.

- Hvor mange høns og griser har han?
- Finn alle løsningene!
- Og er det noen som har funnet alle løsningene?
- Kan det være flere mulighetene?
- Hvordan kan du vite at du har funnet alle løsningene?



BUILDING THINKING CLASSROOMS

RESEARCH: @pglifjedahl
 SKETCHNOTE: @wheeler_laura

① Begin w/ a Problem

Give a problem-solving task

To start:

- Problems should be
 - engaging
 - non-curricular
 - collaborative
 - promote talking

Later:

Problems can be curricular eg textbook problems

② Visibly Random Groups

- Randomly assigned eg playing cards
- Daily & in front of students
- 2 or 3 students / group
- Sit & stand together

③ Vertical NonPermanent Surfaces

- Vertical
- Erasable

WHITEBOARD CHALKBOARD WINDOW

- 1 marker or chalk per group
- promotes discussion

④ Oral Instructions

give instructions orally

data long expressions diagrams

groups will discuss (instead of decoding text)

⑤ Defront the room

orient in various directions

pull away from wall (room to stand @ VNPS)

Teacher addresses the class from a variety of locations.

⑥ Answering Questions

Acknowledge, but don't answer:

- Proximity questions (b/c teacher is close by)
- Stop thinking questions

Answer:

- Keep thinking questions
- give HINTS not answers

⑦ Meaningful Notes

Student created:

- select
- synthesize
- reorganize

ideas

Based on their or others' boards

Provide time for this after levelling.

⑧ Build Autonomy

- Model how groups can visit other groups when they are stuck or done.
- Hints & extensions come from peers (not just the teacher).
- Helps manage flow

⑨ Hints & Extensions

Manage flow

Challenge

Frustration

Persistence

FLOW

Tolerance

Boredom

Ability

FLOW → Mitigates Collaboration

⑩ Level to the Bottom

- debrief
- class discussion
- direct teaching the "lesson"

Once all groups pass a minimum threshold.

Debrief 1 or more groups' solutions!

Work through a new problem w/ whole group

⑪ Check Understanding

Assign 4-6

"check for understanding" questions

Students choose to work

- individually
- in groups

at desks on VNPS

Purpose: self-evaluation (NOT marks)

⑫ Formative Assessment

measure → communicate

where student is currently

where student is going

Multiple & varied opportunities to demonstrate learning

observation product conversation

can't doesn't isn't dis... completely always

⑬ Summative Assessment

PROCESS > product

Evaluate what you value!

Include:

group + individual work

⑭ Reporting

Based on data (NOT points)

One aggregated mark

disaggregated evidence

Analysis of data

Counting of points

What has this student learned?

What can they improve?

Verktøykasse 3

Forankring av læring

Praksiser i klasserommet

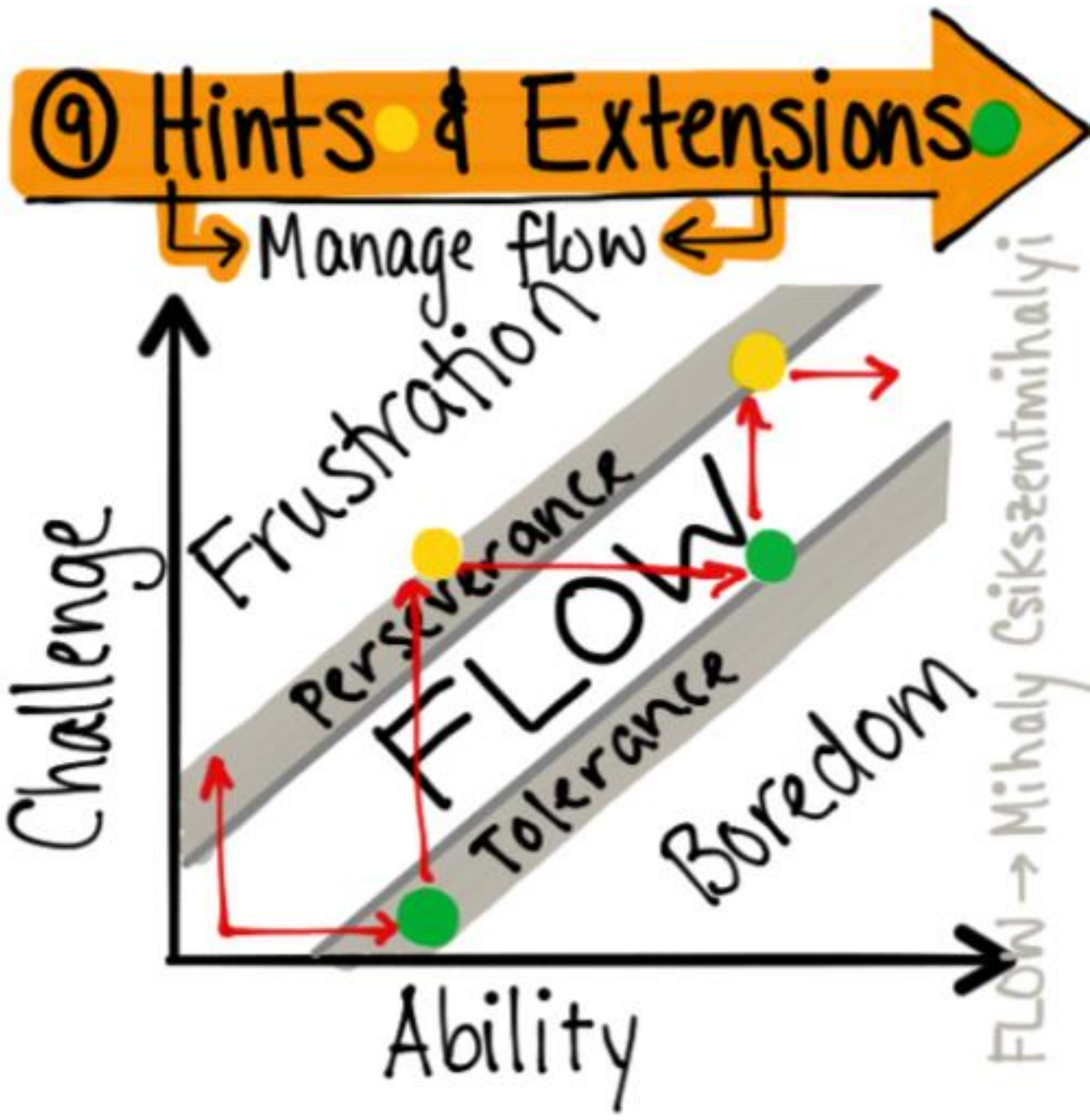
OPTIMALE praksiser for tekning

1	Hvilke oppgaver bruker vi?	Bruk oppgaver som krever tenking
2	Hvordan danner vi samarbeidsgrupper?	Lag grupper ofte og tilfeldig – synlig for elevene
3	Hvor jobber elevene?	Bruk vertikale tavler
4	Hvordan organiserer vi klasserommet?	Flytt fokus fra lærerens tavle til elevenes tavler
5	Hvordan svarer vi på spørsmål?	Svar kun på “fortsett å tenk spørsmål”
6	Når, hvor og hvordan gir vi oppgaver?	Gi oppgaver tidlig, stående og verbalt
7	Hvordan ser lekser ut?	Gi lekser der elevene sjekker om de har forstått
8	Hvordan fostrer vi elevautonomi?	Vær med vilje litt mindre hjelpsom
9	Hvordan bruker vi hint og utvidelser?	Skap og administrer flyt
10	Hvordan forankrer vi læring?	Samle timen fra bunnen
11	Hvordan tar elevene notater?	Bruke meningsfulle notater – skriv til ditt fremtidige glemsomme selv
12	Hva velger vi å vurdere?	Vurder det du verdsetter!
13	Hvordan vi gir underveisvurdering?	Kommuniser til elevene hvor de er og hvor de er på vei
14	Hvordan vi gir karakterer?	Rapporter basert på data (ikke poeng)

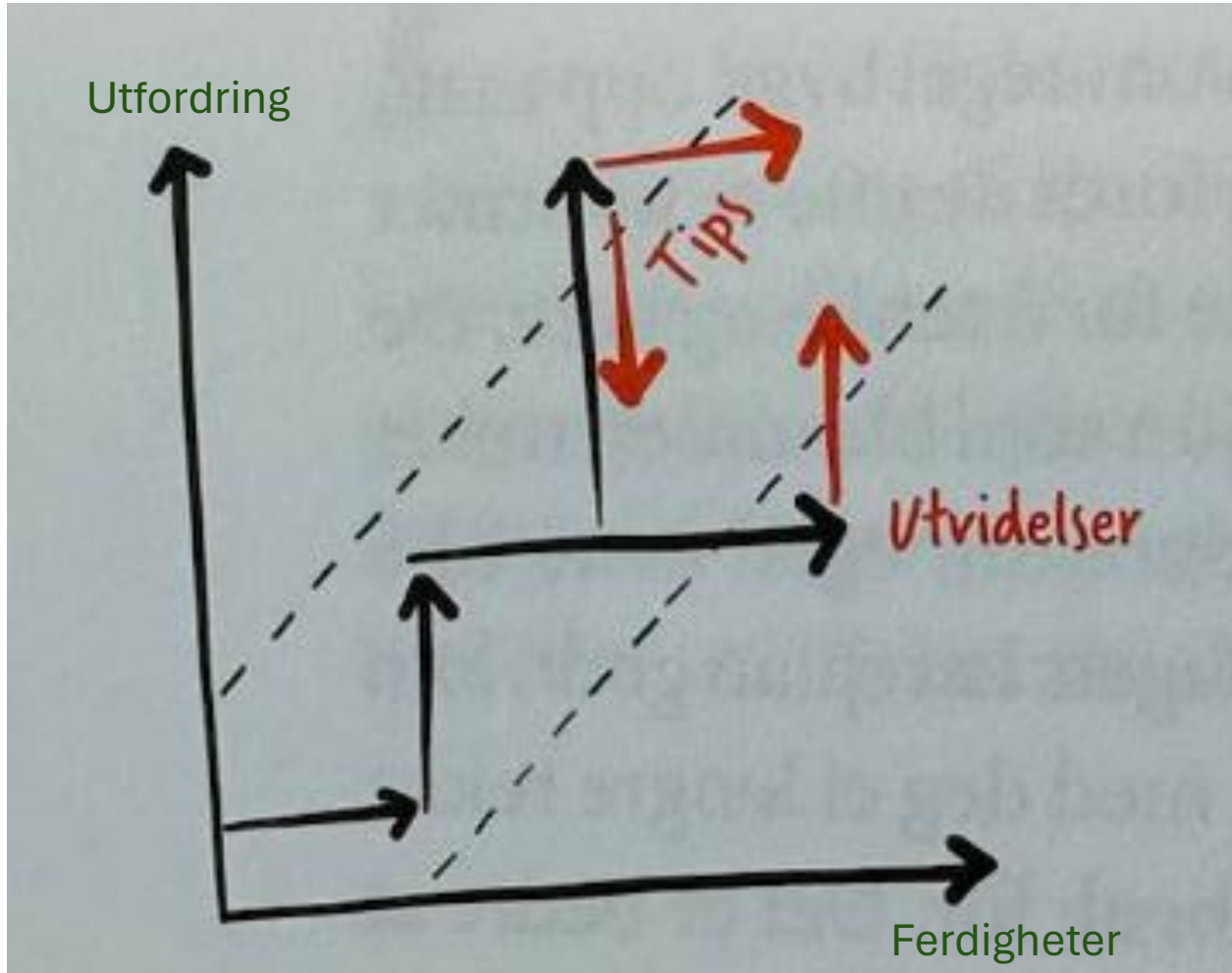
Helt i 100!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Kilde: <https://www.mattelist.no/517>



Tips og utvidelser – for å opprettholde flyt

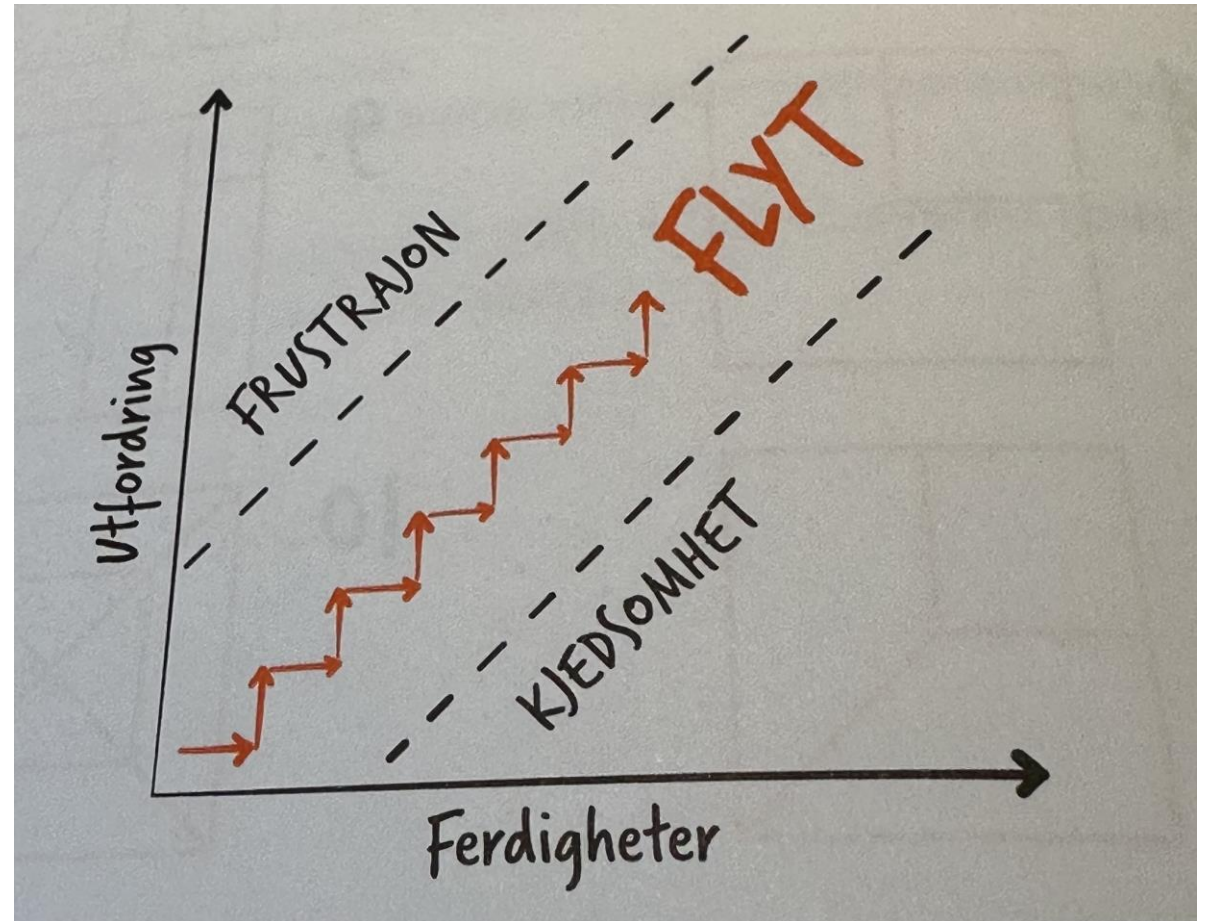


- Gi tips og utvidelser asynkront
 - Tips som gjør oppgaven mindre vanskelig
 - Tips som øker elevens ferdigheter
- La gruppene ta ansvar for at alle i gruppa lærer noe
- Begynn med enkle oppgaver slik at gruppa finner flyten
- Lag oppgaver med stigende vanskelighetsgrad der du endrer på bare en ting av gangen
- Lag en sekvens med parallelle oppgaver

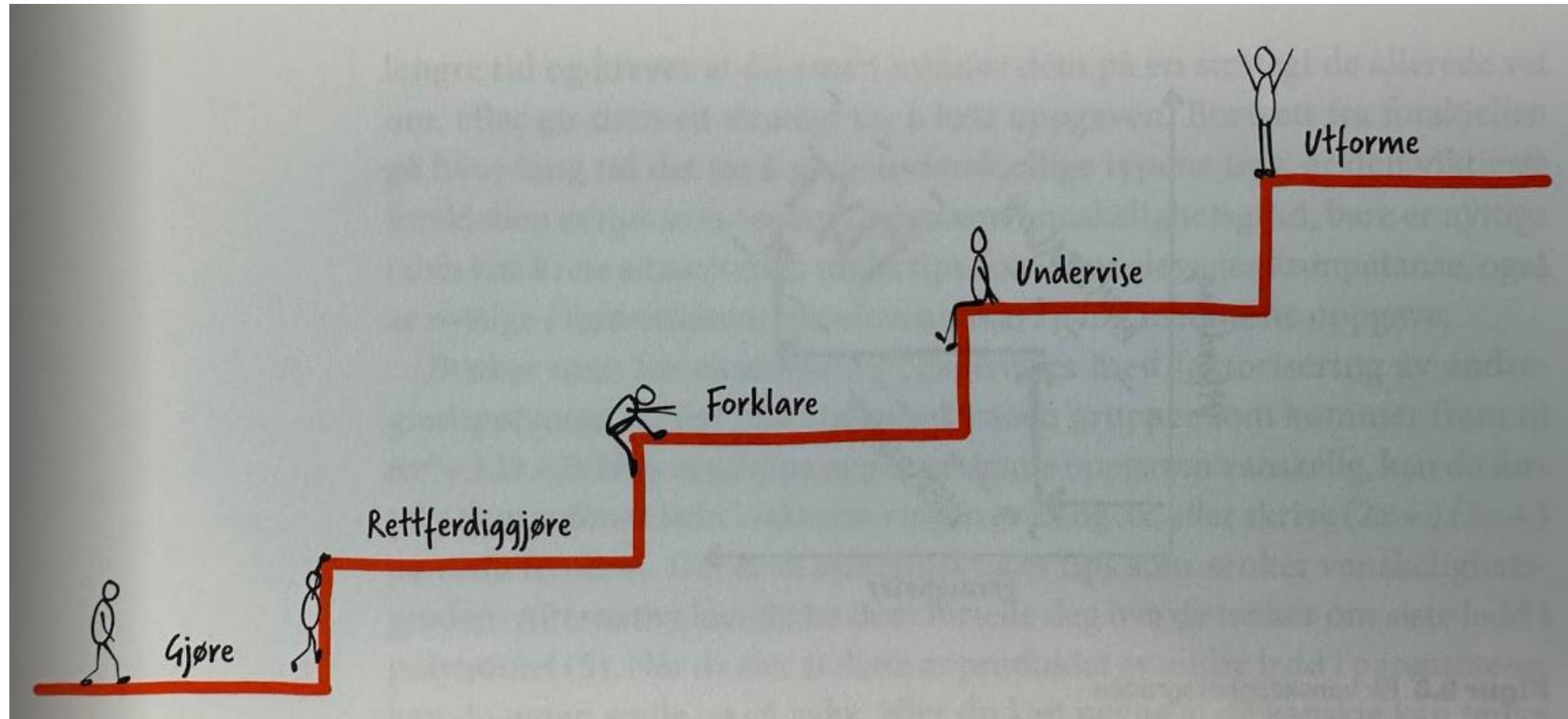
Å skjære tynne skiver i rekker med tankeoppgaver...

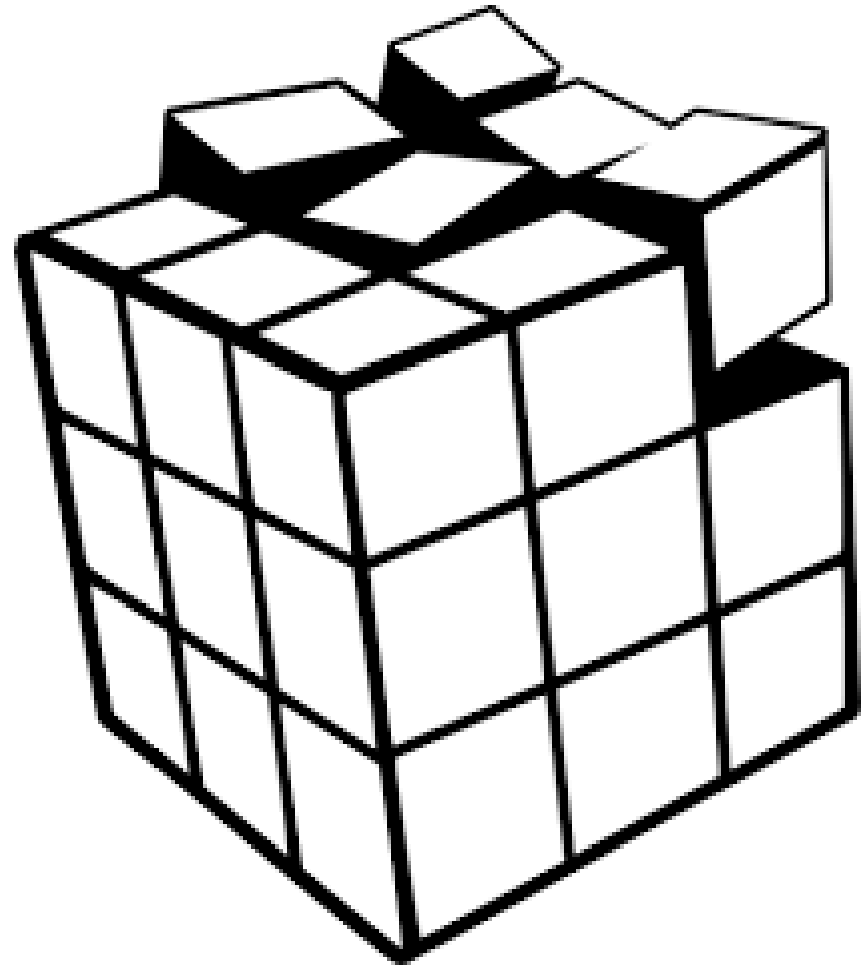
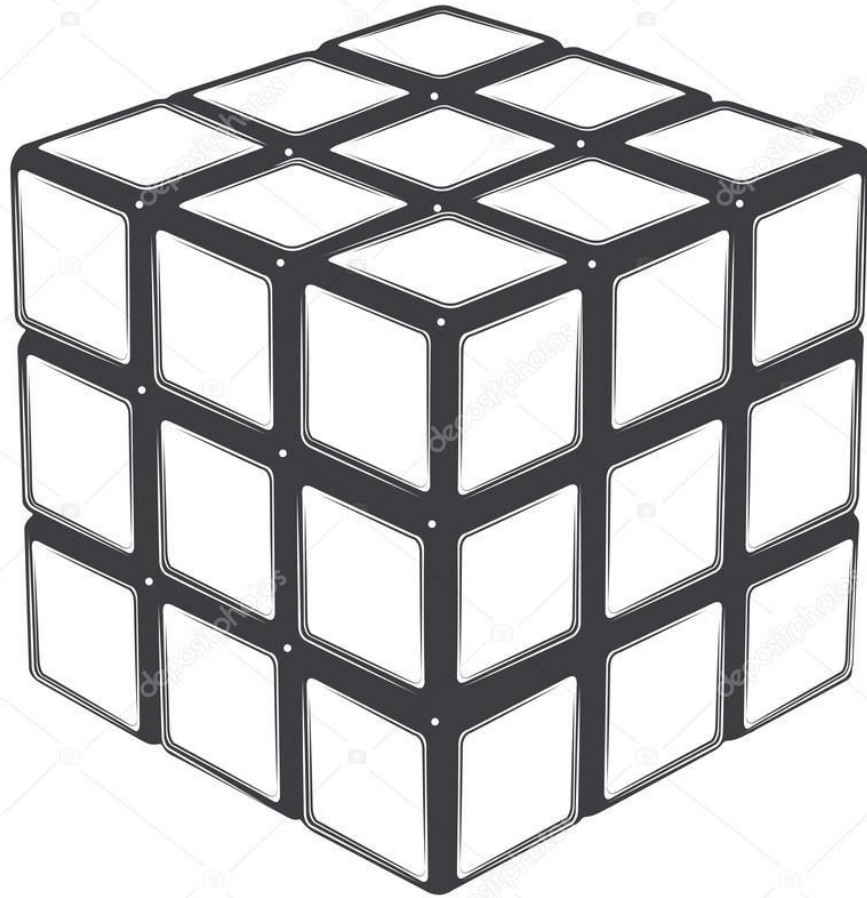
- Finne tallmønstre:

- 2, 4, 6, _ , _ , _
- 1, 3, 5, _ , _ , _
- 13, 15, 17, _ , _ , _
- 15, 18, 21, _ , _ , _
- 49, 52, 55, _ , _ , _
- 44, 51, 58, _ , _ , _
- 56, 71, 86, _ , _ , _
- 6, 35, 54, _ , _ , _



Måter å jobbe med oppgaven på som øker vanskelighetsgraden





⑩ Level to the Bottom

- debrief
- class discussion
- direct teaching
- the "lesson"

Once all groups pass a minimum threshold.

Debrief 1 or more groups' solutions

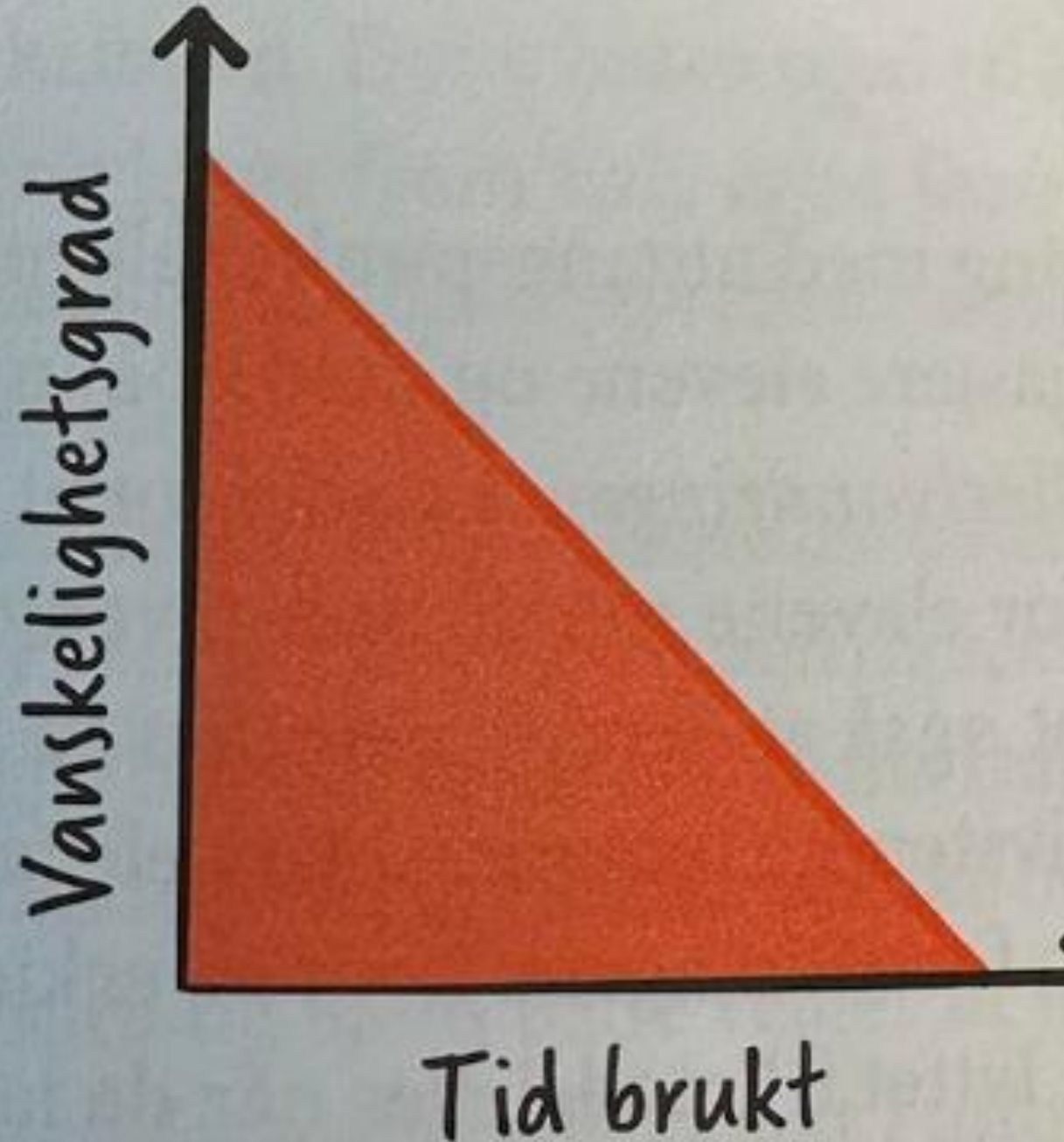
Work through a new problem w/ whole group

Forene fakta, korke timen, hva vet vi til nå, oppsummere, konsolidere...

Velg noen tavler eller løsninger som er interessante, forskjellige, ulike representasjoner, fremgangsmåter.

Forankring kan skje på tre ulike måter.
Læreren leder en ...

1. overordnet diskusjon uten å skrive ned noe.
2. detaljert diskusjon mens hen noterer viktige poeng på tavla.
3. detaljert diskusjon ved å bruke elevenes arbeider på vertikale tavler til å gjennomgå forskjellige nivåer i løsningen.





OPPSUMMERING

MAKROTILTAK

- Forankre fra bunnen av.

#1

$$\begin{aligned} A &= l \cdot w \\ &= 7 \cdot 10 \\ &= 70 \cdot 2 \\ &= 140 \\ 6 \cdot 7 &= 42 \cdot 2 \\ &= 84 \\ 6 \cdot 10 &= 60 \cdot 2 \\ &= 120 \\ 140 &+ 120 \\ &+ 84 \\ 344 \end{aligned}$$

#2

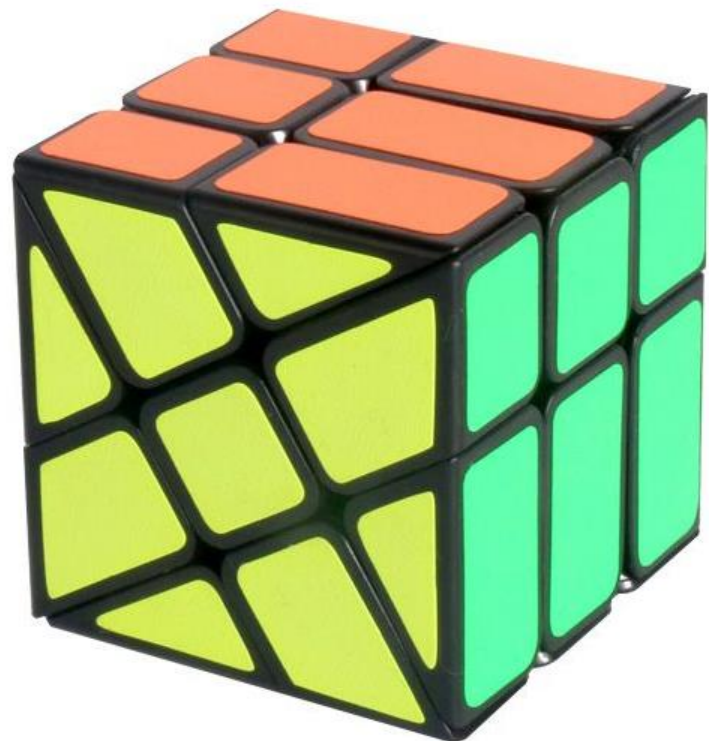
$$\begin{aligned} SA &= 2(lw + wh + lh) \\ &= 2(7 \cdot 6 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 10) \\ &= 2(42 + 60 + 70) \\ &= 2(172) \\ &= 344 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

MIKROTILTAK

- Marker elevenes tenkning ved å ramme inn notatene deres med den røde tusjen.
- Bruk tips for å få opp ideer som mangler på de vertikale tavlene.
- Velg ut og prioriter rekkefølgen på elevenes arbeid i en gallerivandring.
- Sørg for at elevene blir stående oppreist.
- Sørg for at elevene går rundt omkring.
- Bruk mest tid på grunnideene i begynnelsen av oppsummeringen.
- Ikke la elevene presentere sitt eget arbeid.

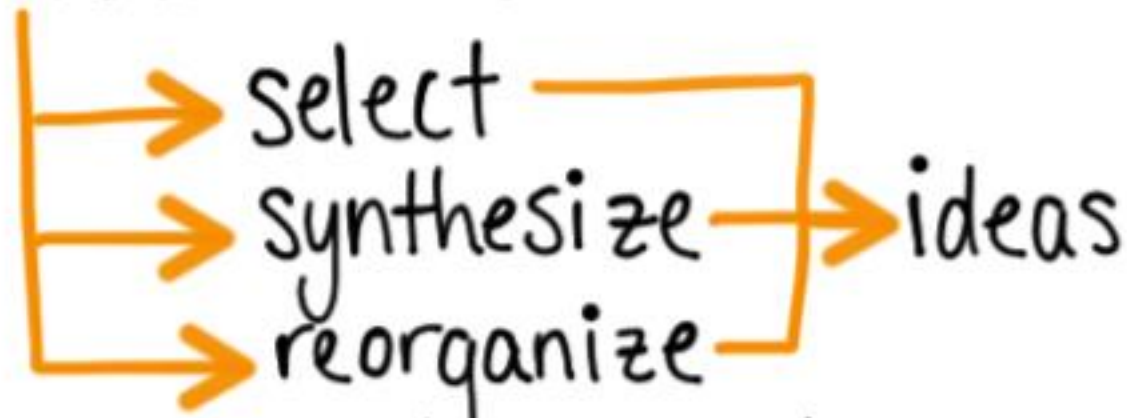
Eller

4. Jobb sammen om et nytt problem i samlet klasse.



⑦ Meaningful Notes

Student created:



Based on their ~~or~~ others' boards

Provide time for this after levelling.



Notater som en «glemsk» fremtidig elev kan ha nytte av

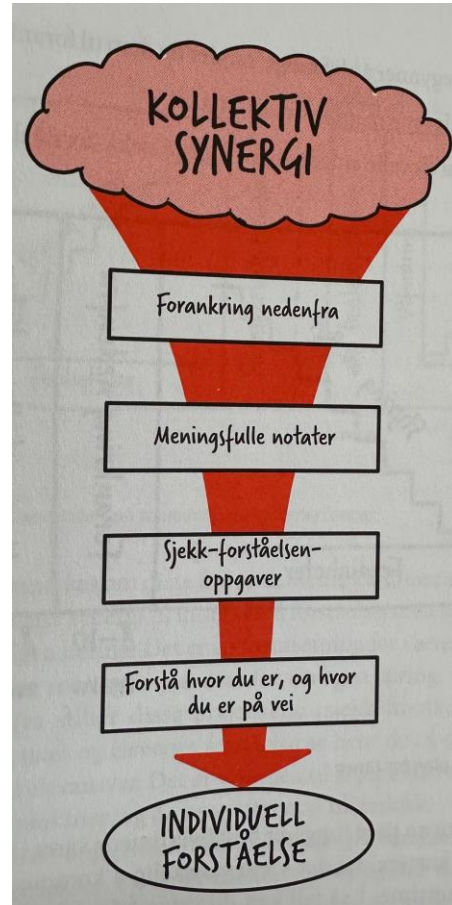
Bruke ferdige tabell-ark eller notat-ark med bokser.

Er av **elev** og for **elev**

Gi oppgaver etter 3 uker hvor de trenger notatene

Notat til mitt fremtidige «glemsomme jeg»

1. Del arket i 4 ruter.
2. Svar i hver rute



Hvordan jeg fant ut
antall kuber med
maling på tre sider:

3*3 kube:

4*4 kube:

5*5 kube:

n*n kube:

Hvordan jeg fant ut
antall kuber med
maling på to sider:

3*3 kube:

4*4 kube:

5*5 kube:

n*n kube:

Hvordan jeg fant ut
antall kuber med
maling på en side:

3*3 kube:

4*4 kube:

5*5 kube:

n*n kube:

Hvordan jeg fant ut
antall kuber uten
maling:

3*3 kube:

4*4 kube:

5*5 kube:

n*n kube:


Gi tenkeoppgave		Forankring nedenfra	Meningsfulle notater	Sjekk-forståelsen- oppgaver
5 min.		8-10 min.	8-10 min.	


① Check Understanding

Assign 4-6

"check for understanding" questions

Students choose to work

 individually

 in groups

at desks

on VNPS

Purpose: self-evaluation (NOT ~~marks~~)



OPPSUMMERING

MAKROTILTAK

- Gi elevene mulighet for å gjøre sjekk-forståelsen-oppgaver.

MIKROTILTAK

- Ikke gi karakter på oppgavene.
- Ikke kontroller oppgavene.
- Ikke spør om oppgavene.
- Unngå ord som ØVE SEG og INNLEVERING.
- Bruk formuleringer som «Her har du mulighet til å ...».



- Gi elevene fasit samtidig som de får oppgavene.
- Gi dem eksempler på oppgavebesvarelser dagen/undervisningstimen etter at du har gitt dem oppgavene.
- Gi elevene anledning til å diskutere hvilke oppgaver de synes det er viktigst for alle å gjøre.

Lunsj

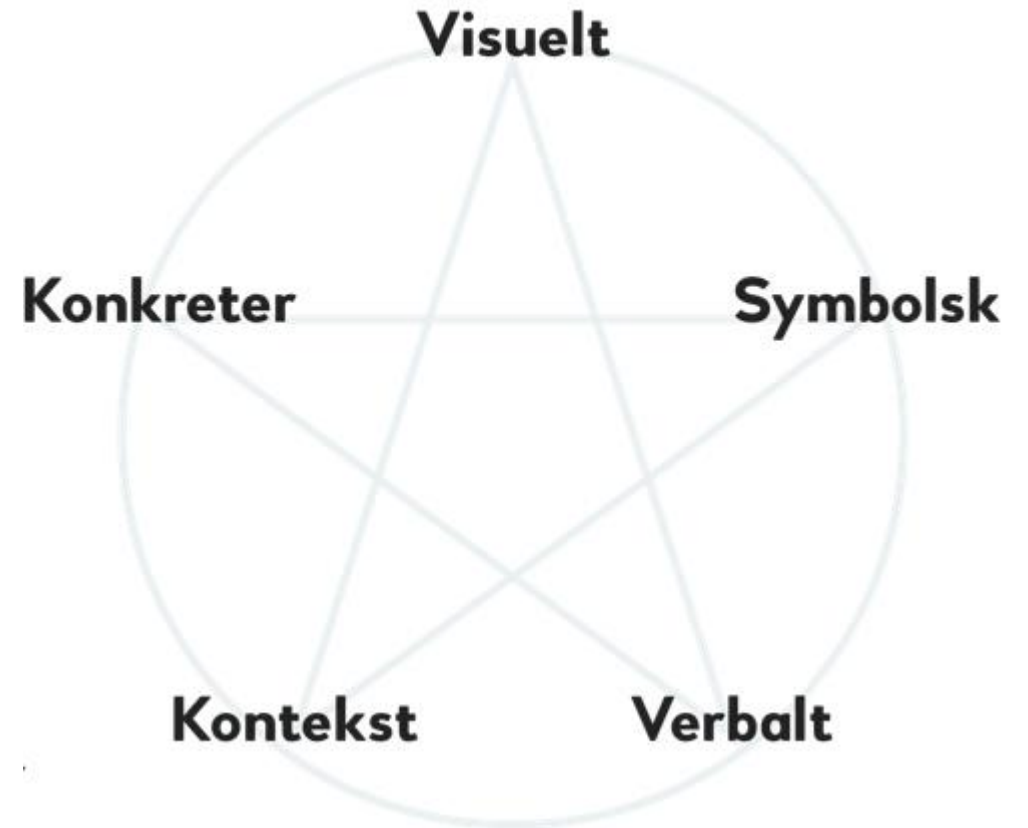




Fermi problemer som
inngangsport til matematisk
modellering

Kjerneelementer

Utforsking og problemløsning
Modellering og anvendelser
Resonnering og argumentasjon
Representasjon og kommunikasjon
Abstraksjon og generalisering
Matematiske kunnskapsområder

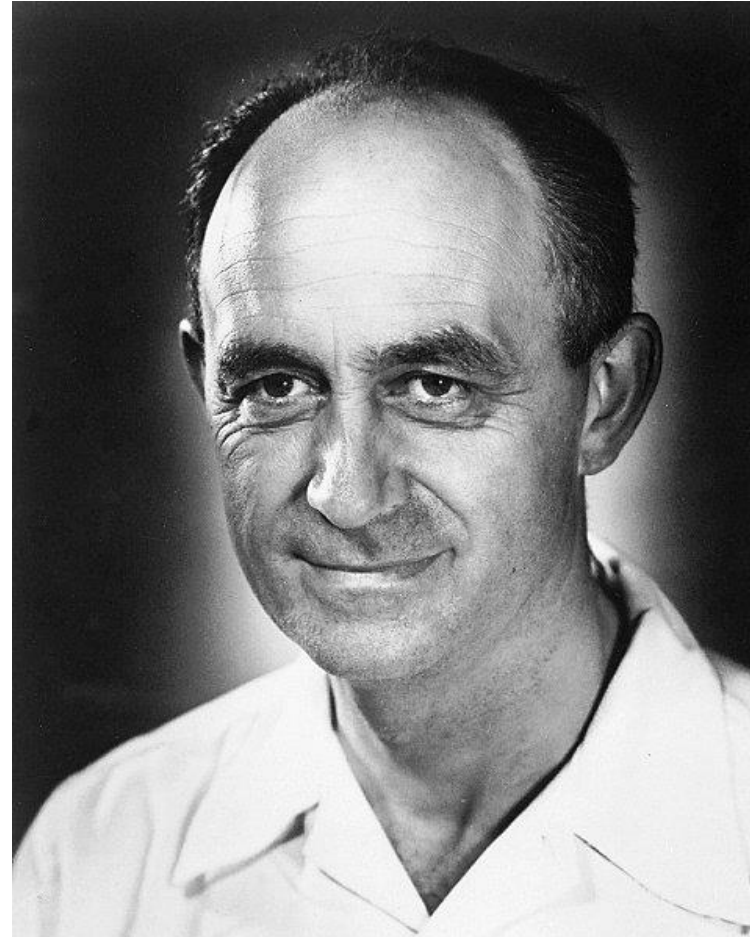


*Hvis vi ønsker at elevene våre skal tenke,
må vi gi dem noe å tenke på.*

– Peter Liljedahl

Fermi-problemer

Fenomenet blir ofte relatert til Enrico Fermi som gjorde det til en kunst å foreta raske overslags-beregninger på bakgrunn av antagelser og enkle forsøk.



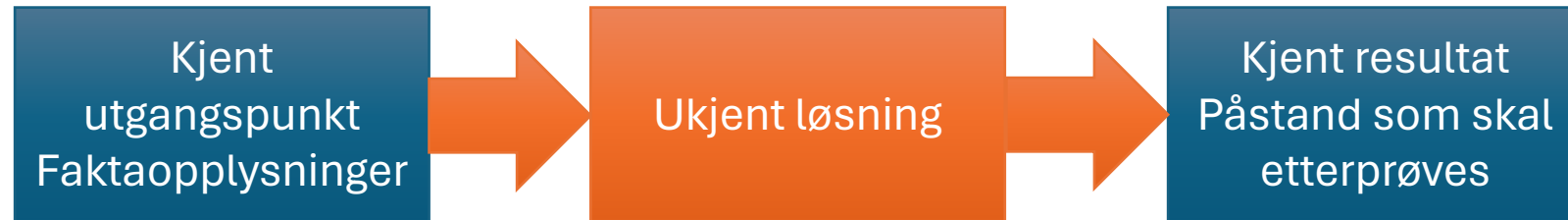
(Enrico Fermi 1901 – 1954)

Antall pianostemmere i Chicago

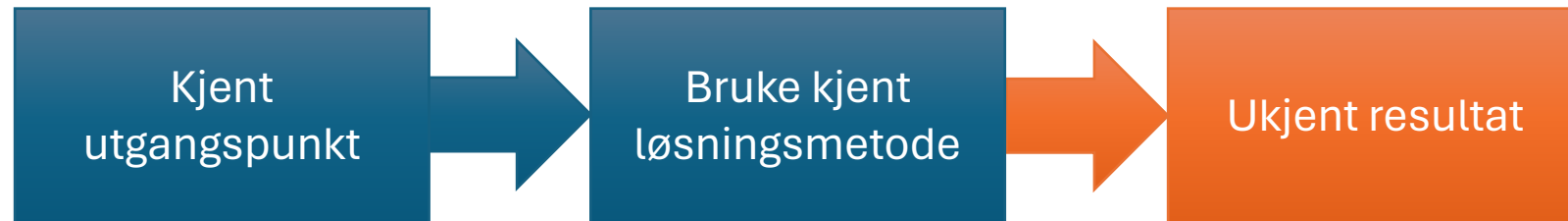
1. Det bor ca. 9 000 000 mennesker i Chicago (2009)
2. I gjennomsnitt bor det ca. 2 personer i hver husholdning
3. Grovt sett kan man anta at hver tjuende husholdning har piano
4. Pianoer som blir regelmessig stemt, stemmes en gang i året
5. I gjennomsnitt tar det ca. 2 timer å stemme et piano inkludert reise til og fra
6. Hver pianostemmer arbeider 8 timer hver dag, fem dager i uka, 50 uker i året
7. På bakgrunn av disse antagelsene kan vi regne ut behovet for pianostemminger pr. år: $(9 \text{ mill personer}) / (2 \text{ pr. husstand} \times 1/20 \text{ piano pr. husstand}) = 225 \text{ 000}$ stemminger
8. Antatt stemminger pr. pianostemmer pr. år: $(50 \text{ uker/år}) \times (5 \text{ dager/uke}) \times (8 \text{ t/dag}) / (2 \text{ t pr. piano}) = 1000 \text{ stemminger/år}$
9. Så kan vi beregne hvor mange pianostemmere som trengs for å fylle behovet: $(225 \text{ 000 stemminger/år}) / (1000 \text{ stemminger pr. år pr stemmer}) = 225 \text{ stemmere}$
10. Det riktige antallet er 290 pianostemmere i Chicago

Problemløsning

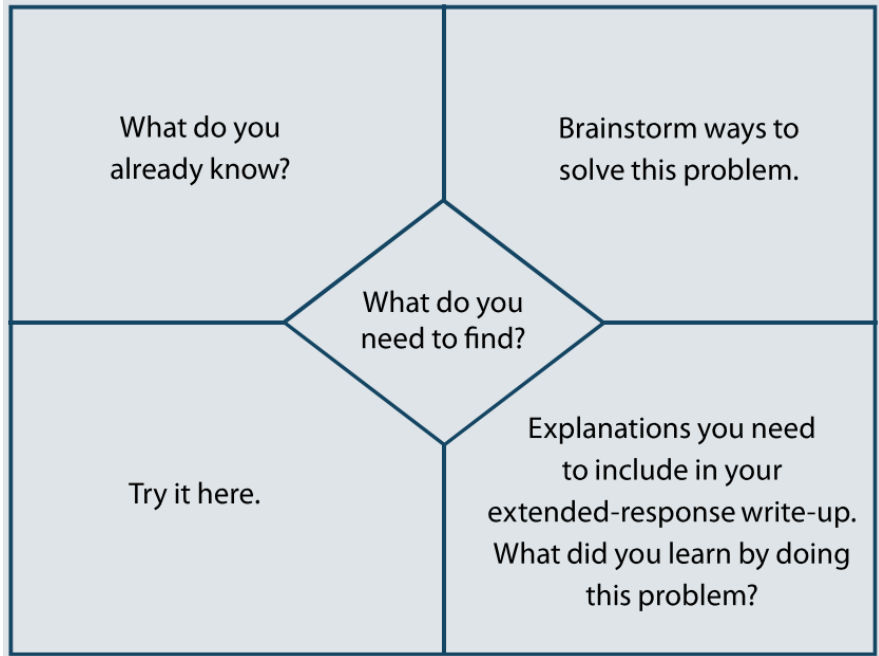
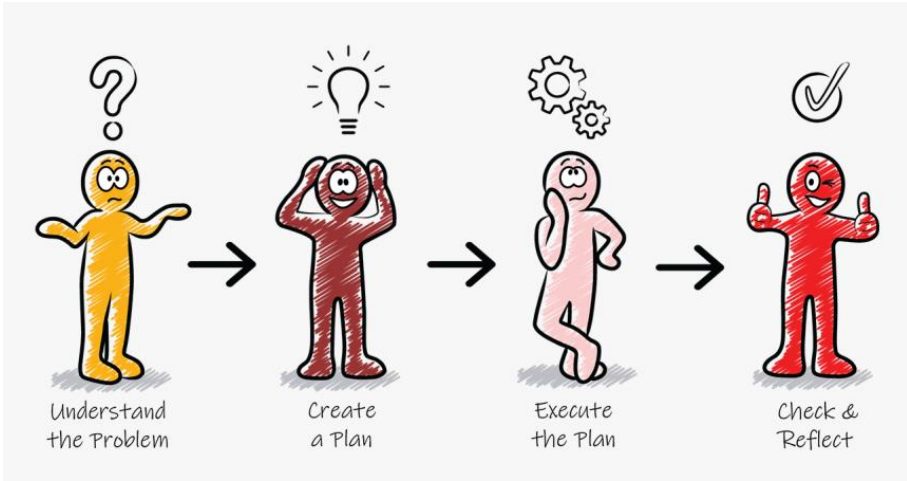
Problemløsning i dagliglivet



Problemløsning i læreboka



Problemløsnings -metoder



<p>SE ETTER ET MØNSTER</p>	<p>LAG EN SYSTEMATISK TABELL</p> <table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>																	<p>LAG EN VISUALISERING</p>
<p>GJETT OG SJEKK</p>	<p>LØS EN DEL AV PROBLEMET</p>	<p>ARBEID BAKLENGS</p>																
<p>TENK PÅ ET TILSVARENDE PROBLEM</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; width: 40%;"> <p>Du har 5 epler. Så gir du fra deg 1. Da har du 4 igjen.</p> </div> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; width: 40%;"> <p>Du har 6 sjokoladebiter foran deg. Så spiser du 5. Da har du 1 igjen.</p> </div> </div>	<p>FORENKLE PROBLEMET</p>	<p>ENDRE ANGREPSMÅTE</p>																



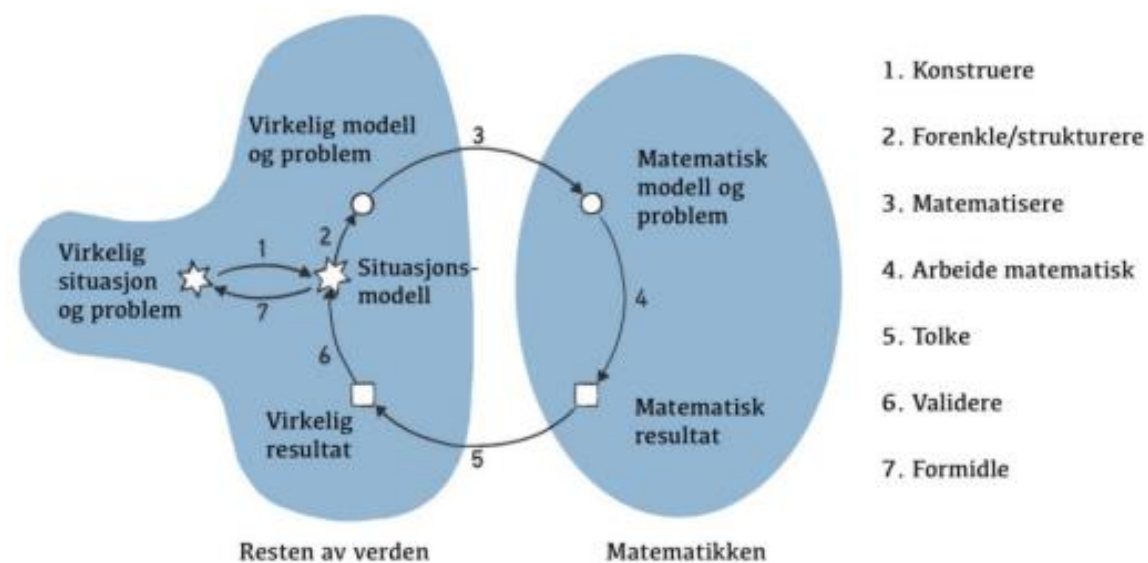
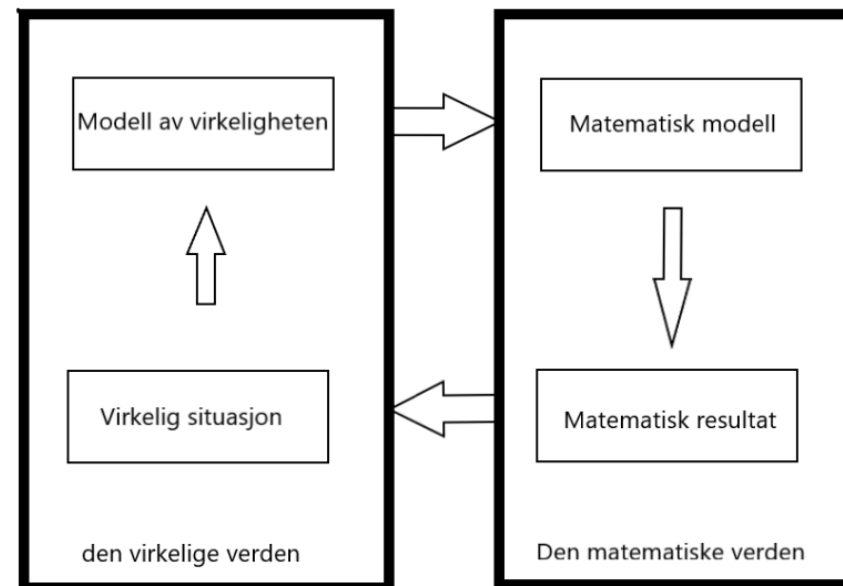
Karakteristikk av Fermi oppgaver (Peter-Koop, 2005)

- Basert på et utvalg av virkelige situasjoner som inkluderer referansekontekster for barneskoleelever
- Presenterer utfordringer og motiverer samarbeid mellom elever
- Åpne oppgaver som krever at elever tar avgjørelser i modelleringsprosessen
- Skal ikke inneholde tall, for å utfordre elevene til å engasjere seg i estimering og grovberegning og/eller innsamling av relevante data
- *How much toilet paper does your school use in one month?*
- *How many children are together as heavy as a polar bear?*
- *How much water do you use in one week?*



Hva er matematisk modellering?

- Broen mellom matematikken og virkeligheten (Blum, 2009)
- Reel situasjon – matematikk – tilbake til virkeligheten



Figur 2.2 Vår fremstilling av Blum og Leiß (2007, s. 225) sin modelleringsprosess.

Bakgrunn for masterprosjekt

- Kjerneelement i LK20: Modelling og anvendelse
- Fermi problemer som inngangsport til matematisk modellering
- Hvordan arbeider ungdomsskoleelever med matematisk modellering, i form av Fermi-problemer, og hvilke refleksjoner gjør de seg rundt slik arbeid?
- 9. trinn uten erfaring med matematisk modellering. Arbeid i grupper på 3 elever.
- Observasjon i grupper og elevintervjuer



Eksempel på Fermi problemer

– oppgaver brukt i masterprosjektet til Liv Marit og Maren

Oppgave 1:

Hvor mange ganger har du pustet inn i ditt liv?



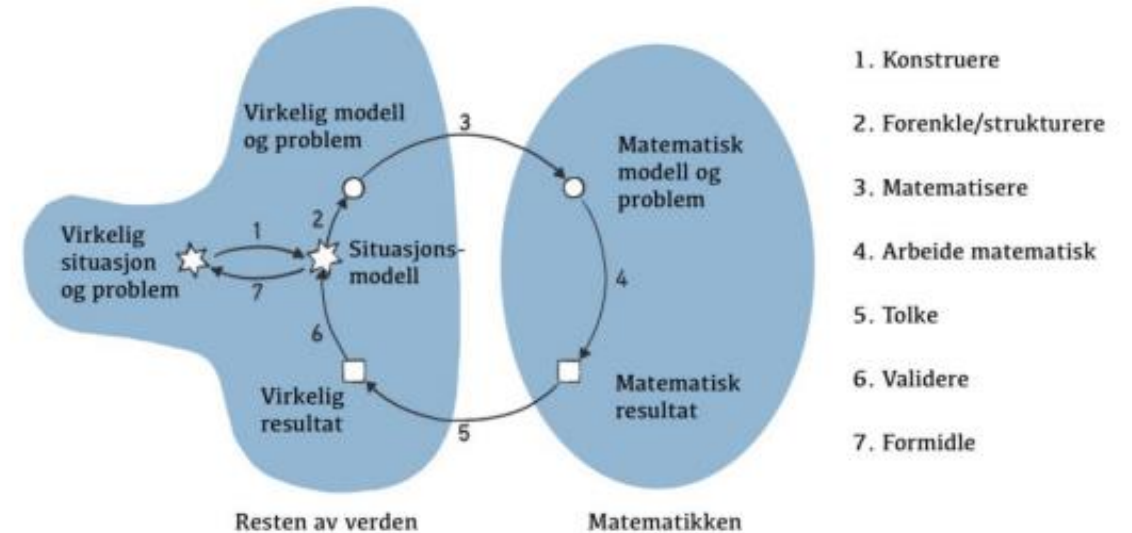
Oppgave 2:

Hvor mange TikTok-videoer kan man se på 2 timer?



Faser i løsning av Fermi oppgaver (Ärleback)

1. Forstå oppgaven
2. Lage en modell
3. Estimere
4. Kalkulere
5. Validerer (resultat, kalkuleringer og modell)
6. Presentere



Figur 2.2 Vår fremstilling av Blum og Leiß (2007, s. 225) sin modelleringsprosess.

Refleksjoner fra informanter (Braatø & Rilvaag, 2023)

Veien til svaret

Lise₁: *Og hver oppgave pleier jo å ta ... Eller det pleier liksom å være ganske mange forskjellige oppgaver. Men her hadde vi bare en oppgave å fokusere på, det var ganske gøy.*

Leah₂: *Det å regne på den var litt mer viktig enn svaret. Og det er jo egentlig det vi ønsker å lære da. Vi ønsker ikke å lære svaret. Vi ønsker å lære oss regnemetodene, alle de reglene og sånn.*

Samarbeid som ressurs

Oliver₃: *Jeg synes det har vært en interessant og litt sånn enestående måte å lære på da.*

Abdi₁: *At vi faktisk kan ha bruk for det, å regne de ut i stedet for å sitte og gjøre oppgaver. Som kanskje ikke er ... Som virker så relevante da*

Lise₁: *Samarbeidet kanskje*

Gina₁: *Jaa*

Abdi₁: *Det at vi satt med noen man kanskje ikke kjenner altfor godt, at vi fikk jobbe sammen*

Relevante oppgaver

Erfaringsutveksling



HVA ER MULIGHETENE MED
SLIKE OPPGAVER?



HVA KAN VÆRE EVENTUELLE
UTFORDRINGER?

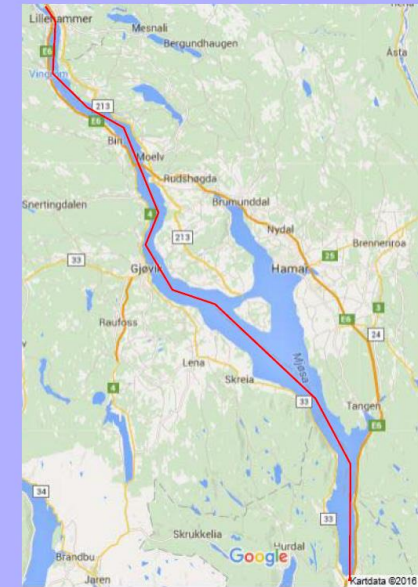
Hvorfor påstandsmatematikk?

- Viser hvordan en kan nyttiggjøre seg matematikk i tverrfaglige problemstillinger
 - Meningsfullt å regne på påstander fra andre fagområder
- Viser betydningen av å etterprøve påstander med overslagsberegninger
 - En urimelig påstand viser seg å være enda mer urimelig
- Elevene må lete opp data og kvalitetssikre kildene sine
 - Dette gjør at premissene blir forskjellige
- Påstandene er med vilje litt upresise
 - Elevene må foreta valg og sette premisser
- Elevene må argumentere for sine valg
 - Flere grupper som jobber med samme oppgave kan få forskjellig svar
- Media er fulle av påstander som bør etterprøves
 - Øver opp kritisk sans mht. påstander i media
- Oppgavene kan skreddersys til ulike tema
 - Viser derfor matematikkens tverrfaglige egenskaper

Rev. 3.7

Nils Kr. Rossing
Ine Chatrin H. Hetty

Påstandsoppgaver – Utforskende aktiviteter i natur- fagene med bruk av matematikk



NTNU



Trondheim

Program for
lærerutdanning

Skolelaboratoriet
for matematikk, naturfag
og teknologi

April 2018

LAMIS

Velkommen

Landslaget for matematikk i skolen, LAMIS, er en interesseorganisasjon for alle som underviser i matematikk – fra barnehage til høgskole og universitet.

Vi arbeider aktivt for å heve kvaliteten i undervisningen på alle utdanningsnivåer og har lokallag og nettverk over hele Norge.

Vårt mål er at alle barn og unge skal oppleve at matematikk er spennende, nyttig og viktig.





Gruppeoppgave

Trinn i løsning av Fermioppgaver:

1. Forstå oppgaven
2. Modellere
3. Estimere
4. Kalkulere
5. Validerer
6. Presentere

1. Lag et Fermi problem du tror elevene dine har lyst til å finne ut av.
2. Hvordan tror dere elevene vil starte?
3. Hvordan skal dere sikre at elevene arbeider seg gjennom alle trinnene?
4. Hvordan vil dere forsøke å rette elevene mot hverandre?
5. Hvordan vil dere velge ut tavler til oppsummeringen? Hva skal vektlegges i oppsummeringen?

Evaluering av årets to nettverksamlinger

<https://nettskjema.no/a/grenland24>

